## 磁场中的高斯定理　安培环路定律

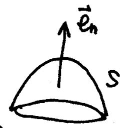
1. 作半径为 $r$ 的大圆面与半球面 $S$ 构成一封闭曲面

闭合曲面磁通量　$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$ （高斯定理）

而：$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}+\int_{大圆面}\vec{B}\cdot d\vec{s}=0$

$$\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=-\int_{大圆面}\vec{B}\cdot d\vec{s}=-\int_{大圆面}B\,ds\cos\alpha=-B\cos\alpha\int_{大圆面}ds$$

$$=-B\cos\alpha\cdot(\pi r^2)$$




所以　$\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=-B\pi r^2\cos\alpha$　取弯面向外为正法线方向

2. 图中 $L_1$ 和 $L_2$ 都取逆时针为正方向. 由安培环路定理:

$$\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(I_1+I_2)$$

$$\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(I_1+I_2)$$

所以　$\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$　（只与回路内包围电流有关）

安培回路上各点的磁感强度 $\vec{B}$ 由空间所有电流共同决定

所以　$\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$　（空间电流分布不同）

3. 根据安培环路定理:

$L_1$ 顺时针为正方向.　$\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=-\mu_0\cdot 2I$

$L_2$ 逆时针为正方向　$\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}=-\mu_0 I$

$L_3$ 逆时针为正方向　$\oint_{L_3}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(2I-I)=\mu_0 I$　63

$L_4$ 顺时针为正方向　$\oint_{L_4}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(I-2I)=-\mu_0 I$

4 (1) 直导线A在P点贡献：

$$B_{Ap}=\frac{\mu_0 I}{2\pi\frac{a}{2}}$$ ，方向沿y轴正方向.

直导线B在P点贡献：

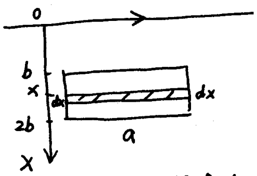
$$B_{Bp}=\frac{\mu_0 I}{2\pi\frac{a}{2}}$$ ，方向沿y轴负方向.

所以在P点总磁感强度 $\vec{B}_p=0$.

(2) 由安培环路定理：回路L是以顺时针为正方向：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(-I)=-\mu_0 I$$

5




建立如图ox轴竖直向下，在矩形处磁感强度方向垂直纸面向里

在坐标x处取一宽为dx的矩形条ds，并设法线方向垂直纸面

向里为正，则 $d\vec{s}$ 与 $\vec{B}$ 同方向.

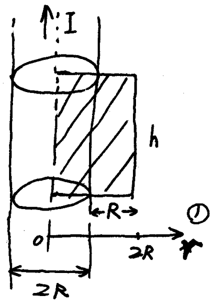
$$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_S B\cdot ds=\int_b^{2b}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot a\,dx$$

$$=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{2b}{b}=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln 2.$$

64

6




电流均分布在圆柱体的截面上，空间磁感线是以圆柱中轴线为中心的同心圆，取半径为 $r$ 的圆周为安培回路 $L$，并设逆时针为正方向。

① $r<R$ 在圆柱体内

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2}\cdot \pi r^2$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

② $r>R$，在圆柱体外

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

所以

$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r & (r<R) \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r>R) \end{cases}$$

在阴影所示的矩形平面处磁感强度垂直纸面向里。
设矩形平面的法线方向垂直纸面向里为正方向，则 $\vec{B}$ 和 $d\vec{s}$ 同方向

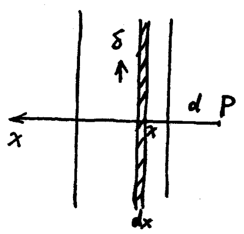
$$\phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_S B\cdot dS = \int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r\cdot h\,dr + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h\,dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} h\cdot \frac{1}{2}R^2 + \frac{\mu_0 I}{2\pi} h \ln 2$$

$$= \frac{\mu_0 I h}{4\pi}(1+2\ln 2)$$



7 

无限长载流平板可看由无数多载流直导线密排而成

在 $x$ 处取宽为 $dx$ 的无限长直载流导线

电流 $dI=\delta dx$，在 P点产生磁感强度

$$dB=\frac{\mu_0 dI}{2\pi x}$$ 方向垂直纸面向里

其他各直导线在 P点产生磁感强度 $dB$ 方向相同.

P点总磁感强度

$$B=\int dB=\int\frac{\mu_0 dI}{2\pi x}=\int_d^{d+r}\frac{\mu_0\delta dx}{2\pi x}=\frac{\mu_0\delta}{2\pi}\ln\left(1+\frac{r}{d}\right)$$

方向垂直纸面向里.

66